Master Mathématiques

Le Master Mathématiques offre aux titulaires d'un diplôme de licence deux années de formation mathématique pure ou appliquée de haut niveau vers les métiers de la recherche, de l'enseignement, de l'assurance et de la banque.

Présentation

Le Master Mathématiques permet d'acquérir une solide formation mathématique avec comme objectif de former des spécialistes de haut niveau en mathématiques fondamentales et appliquées. Il offre des débouchés variés vers la **recherche académique ou industrielle**, l'**enseignement**, les **métiers de l'assurance et de la finance**.

Le master aborde une grande variété de sujets, tous passionnants, et offre une grande ouverture scientifique à ses étudiants. Il s'appuie sur une équipe de recherche reconnue, **le laboratoire Analyse, Géométrie, Modélisation (UMR CNRS 8088)**, qui développe de nombreuses collaborations avec des laboratoires institutionnels et industriels. Plusieurs passerelles existent avec le Master Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation, qui assure la préparation au métier d'enseignant du secondaire.

Tout au long de la formation, les étudiants sont suivis par l'un des responsables du master, qui les guide dans leurs choix. Les étudiants font un stage en entreprise ou un mémoire de recherche à la fin de la première année (stage ou mémoire court), ainsi qu'à la fin de la deuxième année (stage ou mémoire approfondi). Les meilleures candidatures à la deuxième année peuvent se voir attribuer une **bourse d'excellence** d'un montant annuel de 7 300 euros.

Enjeux

De la voiture autonome à l'hélicoptère nouvelle génération, des salles de marché à l' imagerie médicale, des systèmes de communications aux réseaux de transports, les nouvelles technologies sont au centre des sociétés modernes. Derrière chacune de ces avancées se trouvent de nouveaux concepts mathématiques. Ce sont ces objets découverts lors du développement de théories mathématiques souvent très poussées que le Master Mathématiques permet de découvrir, de comprendre, et enfin d'appliquer.

Admission

Durée de la formation

- 2 années

Lieu(x) de la formation

- Site de Saint-Martin

Public

Niveau(x) de recrutement

- Licence

Stage(s)

Oui, obligatoires

Langues d'enseignement

- Français

Modalités

- Présentiel

Renseignements

marie.chef@cyu.fr

+33134256561

Pré-requis

Formation(s) requise(s)

La première année est ouverte aux candidats titulaires d'un diplôme de licence (mention mathématiques ou mathématiques appliquées). L'obtention d'une mention à ce diplôme est particulièrement appréciée.

La deuxième année est ouverte aux candidats titulaires d'une première année de master (mention mathématiques ou mathématiques appliquées).

Candidature

Modalités de candidature

Admission en Master 1 Mathématiques

> Le Master 1 Mathématiques accueillera 50 étudiants lors de l'année académique 2023-2024. La candidature se fait via la plateforme Mon Master. Le dossier de candidature se compose :
>
> - du diplôme de Licence 3 (mention mathématiques),
> - des relevés des notes des quatre dernières années (baccalauréat compris),
> - d'une lettre de motivation qui décrit, en particulier, le projet professionnel.
>
> **Dates de la campagne de recrutement :** du 22 mars au 18 avril 2023.
>
> **Dates de la réponse aux candidatures :** du 23 juin au 21 juillet 2023.

Admission en M2 Mathématiques

> Le Master 2 Mathématiques accueillera 20 étudiants lors de l'année académique 2023-2024. La candidature se fait via la plateforme e-candidat. Le dossier de candidature se compose :
>
> - du diplôme et du relevé des notes du master 1 (mention mathématiques),
> - des diplômes et relevés de notes des quatre dernières années,
> - d'une lettre de motivation qui décrit en particulier le projet professionnel.
>
> La commission de recrutement est commune pour les trois parcours.
>
> **Dates de la campagne de recrutement :** du 13 mars au 16 juin 2023 pour la première session ; du 10 juillet au 25 août 2023 pour la seconde session.
>
> **Dates des commissions de recrutement :** La formation fait un recrutement au fil de l'eau.

Modalités de candidature spécifiques

Le dossier de candidature à une bourse d'excellence est téléchargeable à l'adresse :

https://cytech.cyu.fr/lecole/institut-sciences-et-techniques

Le dossier complété doit être retourné aux adresses mails :

christine.richter@cyu.fr
philippe.gravejat@cyu.fr

Date limite de candidature à une bourse d'excellence pour la deuxième année du master : le 29 avril 2023.

Et après ?

Niveau de sortie

Année post-bac de sortie

- Bac +5

Niveau de sortie

- Master

Poursuites d'études

Le Master Mathématiques peut conduire à une poursuite d'études dans le cadre d'un doctorat en mathématiques pures ou appliquées.

Programme

La première année est une année de découverte et de maîtrise d'outils scientifiques et techniques au cœur de la discipline. La seconde année est une année de spécialisation : vers la recherche fondamentale et appliquée, vers les métiers de l'assurance et de la finance, ou vers une carrière dans l'enseignement.

Programme du Master 1 Mathématiques

Semestre 1

Calcul variationnel, analyse convexe et optimisation (6 ECTS)

Groupe de lecture 1 (2 ECTS)

Probabilités (6 ECTS)

Programmation Matlab, C, C++ (4 ECTS)

Systèmes dynamiques (6 ECTS)

I. Introduction aux équations différentielles
II. Rappels d'analyse et d'algèbre linéaire
1. Rappels de topologie
2. Rappels d'algèbre linéaire
3. Rappels de calcul différentiel
III. Théorème de Cauchy-Lipshitz
1. Théorème du point fixe et applications
2. Théorème de Cauchy-Lipschitz
IV. Équations différentielles linéaires
1. Équations à coefficients constants
2. Résolvante et théorie des perturbations
3. Équations à coefficients périodiques
V. Équations différentielles non linéaires
1. Temps de vie des solutions
2. Théorie des perturbations
3. Flots et champs de vecteurs
4. Étude de la stabilité

Topologie et analyse fonctionnelle (6 ECTS)
1. Ouverts, fermés
2. Compacts, connexes
3. Groupe fondamental
4. Espaces de Banach
5. Théorèmes de dualité
6. Espaces de Hilbert
7. Opérateurs bornés
8. Unitaires, projections
9. Spectre des opérateurs
10. Rayon spectral
11. Diagonalisation
12. Opérateurs compacts

Semestre 2

Analyse numérique (5 ECTS)

Équations aux dérivées partielles (5 ECTS)

Groupe de lecture 2 (2 ECTS)

Programmation en R et Python (2 ECTS)

Aide à la recherche de stage (1 ECTS)

Mémoire ou stage (5 ECTS)
2 cours au choix parmi les cours suivants :

Algèbre (5 ECTS)

Géométrie différentielle (5 ECTS)

I. Calcul différentiel avancé
1. Rappels de calcul différentiel dans $\mathbf{R}^n$
2. Calcul différentiel dans les espaces de Banach
3. Immersions, submersions, théorème du rang constant
II. Sous-variétés
1. Définitions équivalentes de sous-variétés
2. Difféomorphismes
3. Espace tangent et fibré tangent
4. Champs de vecteurs et courbes intégrales
III. Surfaces
1. Seconde forme fondamentale
2. Éléments de géométrie riemannienne

Processus en temps continu (5 ECTS)

Statistiques (5 ECTS)

1. Modèles statistiques
2. Notions de base de l'estimation ponctuelle : biais, risque quadratique, convergence
3. Construction d'estimateurs : méthode des moments et de maximum de vraisemblance
4. Estimation optimale : statistiques exhaustives, statistiques complètes, théorème de Lehmann-Scheffé, information de Fisher, inégalité de Cramér-Rao. Familles exponentielles.
5. Régions de confiance
6. Tests statistiques

Programme du Master 2 - Parcours Mathématiques pures et appliquées

Pré-rentrée

Algèbre et géométrie

Le but de ce cours est de réviser rapidement des notions algébriques déjà vues en licence : surtout l'algèbre linéaire et un peu les structures algébriques.

1. Espaces vectoriels
2. Applications linéaires
3. Vecteurs propres et valeurs propres
4. Réduction des endomorphismes
5. Formes bilinéaires et quadratiques
6. Orthogonalité
7. Structures algébriques

Analyse et probabilités

Semestre 3

Distributions et équations aux dérivées partielles (8 ECTS)

Groupe de lecture 3 (2 ECTS)

Processus stochastiques (8 ECTS)

Systèmes dynamiques (8 ECTS)

1 cours au choix parmi les cours suivants :

Méthodes des éléments finis (4 ECTS)

Modélisation (4 ECTS)

Ce cours vise une maîtrise des thèmes essentiels de la modélisation numérique. Il s'adresse à divers profils d'étudiants : ceux souhaitant approfondir leurs connaissances en analyse numérique, ou perfectionner leur programmation, ou encore se préparer à l'option de modélisation au concours de l'agrégation externe. Il alternera entre séances de cours théoriques (convergence d'algorithme etc.) et travaux pratiques en Python avec Jupyter Lab. Le cours couvrira de multiples algorithmes classiques de l'analyse numérique, liés à l'analyse mathématique au sens large, et contiendra des applications concrètes dans ses exercices. L'objectif est d'acquérir des bases solides en programmation, de la fluidité dans le codage, et une compréhension des résultats mathématiques à la base des algorithmes.

1. Graphismes
2. Systèmes linéaires
a. Méthodes directes
b. Méthodes itératives
c. Analyse par composantes principales
3. Intégration numérique
a. Formules de Newton-Cotes
b. Méthode de Monte-Carlo
4. Approximation de fonctions
a. Interpolation de Lagrange
b. Transformation de Fourier
5. Systèmes non linéaires
a. Méthodes itératives en dimension 1
c. Algorithme de Newton-Raphson
6. Optimisation
a. Moindres carrés
b. Algorithmes de descente
c. Contraintes et multiplicateurs de Lagrange
7. Équations différentielles ordinaires
a. Schémas d'Euler explicites et implicites
b. Schémas d'ordre élevés
c. Illustration numérique des propriétés des solutions
8. Équations aux dérivées partielles
a. Introduction aux différences finies
a. Équations de Poisson, transport, et chaleur en dimension un

Semestre 4

Cours de spécialisation : analyse (6 ECTS)

Dynamique des équations paraboliques

Ce cours portera sur l'étude d'équations aux dérivées partielles d'évolution modélisant les phénomènes d'advection, de diffusion et de réaction. Celles-ci apparaissent par exemple en mécanique des fluides, en dynamique des populations ou encore en combustion. L'objectif est de comprendre comment les solutions se comportent asymptotiquement, soit en temps grand, soit près des singularités qu'elles pourraient former en temps fini. Un phénomène universel sera alors observé : la résolution en solutions auto-similaires. Le cours débutera par des exemples classiques d'équations pour lesquelles des formules de représentation ont été découvertes, puis développera le cadre analytique contemporain qui permet d'étudier les solutions en l'absence de telles formules (outils d'analyse perturbative, d'analyse harmonique et spectrale).

1. Formules de représentation pour les équations linéaires
2. Résolution locale d'équations de transport quasilinéaires
3. Solutions classiques de l'équation de Burgers
a. Problème de Cauchy
b. Résolution auto-similaire des singularités
4. Équation de la chaleur dans les espaces de Lebesgue
a. Estimations de décroissance du semi-groupe
b. Comportement en temps long

5. Équation de Burgers visqueuse
a. Problème de Cauchy
b. Convergence vers des profils expanseurs ou des ondes solitaires
6. Solutions faibles de l'équation de Burgers
a. Limite de viscosité évanescente
b. Convergence vers le profil expanseur
7. Problème de Cauchy local pour les équations paraboliques semilinéaires
8. Formation de singularités pour le système de Keller-Segel
a. Formules de viriel
b. Profils auto-similaires rétrogrades
9. Étude de la stabilité
a. Renormalisation et modulation
b. Théorie spectrale
c. Stabilité non linéaire

Cours de l'école doctorale : Régularité pour les équations aux dérivées partielles (6 ECTS)

Régularité pour les équations aux dérivées partielles : équations elliptiques, homogénéisation et mécanique des fluides

La question de savoir si les solutions des équations aux dérivées partielles sont régulières ou non est centrale dans le domaine. L'un des problèmes ouverts les plus célèbres est celui de l'existence globale de solutions régulières aux équations de Navier-Stokes en mécanique des fluides, ou la perte en temps fini de la régularité (problème du Millénaire du Clay's institute). Un autre problème célèbre est le 19ème problème de Hilbert sur la régularité des minimiseurs de certaines fonctionnelles dans le calcul des variations. Ce problème a été résolu dans trois travaux indépendants de De Giorgi, Nash et Moser à la fin des années cinquante.

L'objectif de ce cours est de décrire quelques outils fondamentaux pour l'analyse de la régularité des équations aux dérivées partielles de type elliptique ou parabolique. Son contenu est bien connu des spécialistes depuis (au moins) les années quatre-vingt. Cependant certains résultats (De Giorgi-Nash-Moser, epsilon-régularité pour Navier-Stokes, estimations uniformes en homogénéisation) inspirent encore aujourd'hui de nouveaux développements mathématiques.

Plan du cours :
1. Équations elliptiques à coefficients constants ou réguliers (inégalité de Caccioppoli, méthodes perturbatives)
2. Cours accéléré en analyse harmonique (décomposition de Calderon-Zymund, analyse des opérateurs intégraux singuliers)
3. Régularité pour les équations elliptiques à coefficients mesurables bornés (méthodes non perturbatives de Moser et De Giorgi)
4. Amélioration de la régularité dans l'homogénéisation (méthodes de compacité, approche quantitative, théorèmes de type Liouville)
5. Epsilon-régularité pour les équations de Navier-Stokes (preuve de compacité par Lin)

Références :
- Evans, Partial differential equations.
- Giaquinta et Martinazzi, An introduction to the regularity theory for elliptic systems, harmonic maps and minimal graphs.
- Seregin, Lectures notes on regularity theory for the Navier-Stokes equation.
- Lemarié-Rieusset, The Navier-Stokes problem in the 21st century.

Cours de spécialisation : géométrie et systèmes dynamiques (6 ECTS)

Mémoire ou stage (12 ECTS)

Programme du Master 2 - Parcours Mathématiques appliquées à la finance

Pré-rentrée

Algèbre et géométrie

Le but de ce cours est de réviser rapidement des notions algébriques déjà vues en licence : surtout l'algèbre linéaire et un peu les structures algébriques.

1. Espaces vectoriels
2. Applications linéaires
3. Vecteurs propres et valeurs propres
4. Réduction des endomorphismes
5. Formes bilinéaires et quadratiques
6. Orthogonalité
7. Structures algébriques

Analyse et probabilités

Semestre 3

Distributions et équations aux dérivées partielles (8 ECTS)

Modélisation (8 ECTS)

Ce cours vise une maîtrise des thèmes essentiels de la modélisation numérique. Il s'adresse à divers profils d'étudiants : ceux souhaitant approfondir leurs connaissances en analyse numérique, ou perfectionner leur programmation, ou encore se préparer à l'option de modélisation au concours de l'agrégation externe. Il alternera entre séances de cours théoriques (convergence d’algorithme etc.) et travaux pratiques en Python avec Jupyter Lab. Le cours couvrira de multiples algorithmes classiques de l’analyse numérique, liés à l’analyse mathématique au sens large, et contiendra des applications concrètes dans ses exercices. L’objectif est d’ acquérir des bases solides en programmation, de la fluidité dans le codage, et une compréhension des résultats mathématiques à la base des algorithmes.

1. Graphismes
2. Systèmes linéaires
a. Méthodes directes
b. Méthodes itératives
c. Analyse par composantes principales
3. Intégration numérique
a. Formules de Newton-Cotes
b. Méthode de Monte-Carlo
4. Approximation de fonctions
a. Interpolation de Lagrange
b. Transformation de Fourier
5. Systèmes non linéaires
a. Méthodes itératives en dimension 1
c. Algorithme de Newton-Raphson
6. Optimisation
a. Moindres carrés
b. Algorithmes de descente
c. Contraintes et multiplicateurs de Lagrange
7. Équations différentielles ordinaires
a. Schémas d'Euler explicites et implicites
b. Schémas d'ordre élevés
c. Illustration numérique des propriétés des solutions
8. Équations aux dérivées partielles
a. Introduction aux différences finies
a. Équations de Poisson, transport, et chaleur en dimension un

Processus stochastiques (8 ECTS)

3 cours au choix parmi les cours suivants :

Apprentissage statistique (4 ECTS)

Gestion des risques financiers (4 ECTS)

Méthodes des séries temporelles (4 ECTS)

Méthodes numériques de finance (4 ECTS)

Semestre 4

Mesure des risques : théorie et applications (6 ECTS)

Modélisation stochastique (6 ECTS)

Mémoire ou stage (12 ECTS)

Programme du Master 2 - Parcours Préparation à l'agrégation externe de mathématiques

Pré-rentrée

Algèbre et géométrie

Le but de ce cours est de réviser rapidement des notions algébriques déjà vues en licence : surtout l'algèbre linéaire et un peu les structures algébriques.

1. Espaces vectoriels
2. Applications linéaires
3. Vecteurs propres et valeurs propres
4. Réduction des endomorphismes
5. Formes bilinéaires et quadratiques
6. Orthogonalité
7. Structures algébriques

Analyse et probabilités

Semestre 3

Compléments d'algèbre et de géométrie (8 ECTS)

Compléments d'analyse (8 ECTS)

Modélisation (8 ECTS)

Ce cours vise une maîtrise des thèmes essentiels de la modélisation numérique. Il s'adresse à divers profils d'étudiants : ceux souhaitant approfondir leurs connaissances en analyse numérique, ou perfectionner leur programmation, ou encore se préparer à l'option de modélisation au concours de l'agrégation externe. Il alternera entre séances de cours théoriques (convergence d’algorithme etc.) et travaux pratiques en Python avec Jupyter Lab. Le cours couvrira de multiples algorithmes classiques de l’analyse numérique, liés à l’analyse mathématique au sens large, et contiendra des applications concrètes dans ses exercices. L’objectif est d’ acquérir des bases solides en programmation, de la fluidité dans le codage, et une compréhension des résultats mathématiques à la base des algorithmes.

1. Graphismes
2. Systèmes linéaires
a. Méthodes directes
b. Méthodes itératives
c. Analyse par composantes principales
3. Intégration numérique
a. Formules de Newton-Cotes
b. Méthode de Monte-Carlo
4. Approximation de fonctions
a. Interpolation de Lagrange
b. Transformation de Fourier
5. Systèmes non linéaires
a. Méthodes itératives en dimension 1
c. Algorithme de Newton-Raphson
6. Optimisation
a. Moindres carrés
b. Algorithmes de descente
c. Contraintes et multiplicateurs de Lagrange
7. Équations différentielles ordinaires

a. Schémas d'Euler explicites et implicites
b. Schémas d'ordre élevés
c. Illustration numérique des propriétés des solutions
8. Équations aux dérivées partielles
a. Introduction aux différences finies
a. Équations de Poisson, transport, et chaleur en dimension un

Préparation aux écrits de l'agrégation (6 ECTS)

Semestre 4

Préparation à l'oral de l'agrégation (12 ECTS)

Préparation à l'oral de modélisation (6 ECTS)

Mémoire ou stage (12 ECTS)

Possibilité de valider un ou des blocs de compétences : non